

Messung des Orbits spektroskopischer Doppelsterne: Mit dem spaltlosen Amateurspektrographen ?

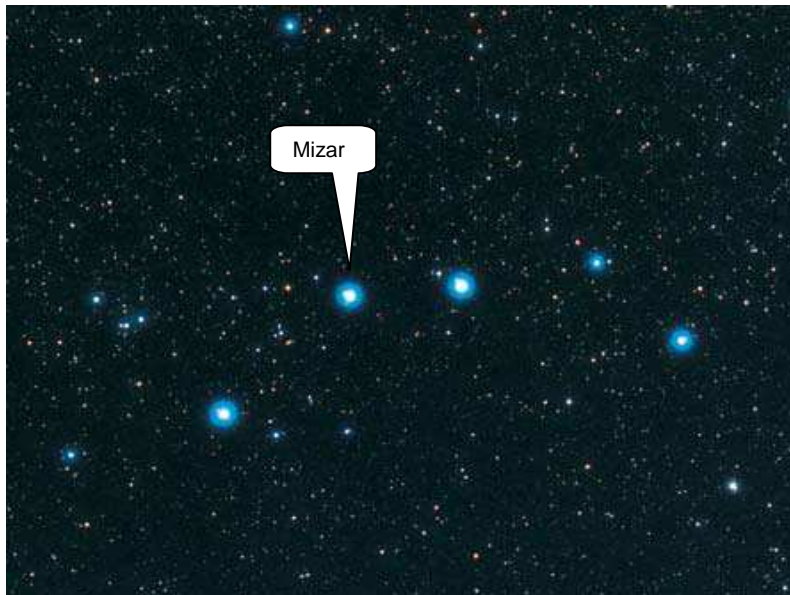


Abbildung 1 Die Deichselsterne des Großen Wagens mit Mizar Doppelstern durch E.C. Pickering erkannt.

Echte Doppelsterne sind gravitativ gebunden und bewegen sich deshalb entsprechend den Kepler-Gesetzen auf elliptischen Bahnen (Orbits) umeinander⁽¹⁾. Die genaue Vermessung des Orbits ist häufig die einzige voraussetzungsfreie Methode, die exakten Massen von Sternen zu ermitteln. Sind die beiden Komponenten ausreichend weit voneinander entfernt und das Doppelsystem uns nahe genug, kann der „Stern“ mit dem Teleskop optisch aufgelöst werden. Dann steht einer astrometrischen Langzeitbeobachtung der relativen, auf die Himmelsebene projizierten Bahn nichts im Wege (Messung von Abstand und Positionswinkel als Zeitreihe). Bei engen Doppelsystemen ist das Paar optisch nicht mehr in beide Komponenten zu trennen. Jetzt kann nur noch die Spektroskopie helfen: Sind beide Sterne vergleichbar hell (Doppelsternsystem SB2), verrät sich die Doppelsternnatur und Bewegung im optischen Spektrum: Durch den Dopplereffekt wandern die Absorptionslinien der beiden Komponenten zyklisch hin und her, entsprechend der auf die Sichtlinie projizierten Radialgeschwindigkeiten der beiden Komponenten (vgl. Abbildung 2).

Der wohl berühmteste spektroskopische SB2-Doppelstern ist Mizar A, die helle Komponente im Doppelsystem Mizar (ξ Ursae Majoris, der mittlere Deichselstern im Großen Wagen). Dieses Sternsystem hat Astronomiegeschichte geschrieben: 1650 von Jean Baptiste Riccioli als erster Doppelstern beschrieben, 1857 als erster Doppelstern fotografiert (durch G.P. Bond, Harvard College Observatory) und 1889 als erster spektroskopischer

Auswertung von Radialgeschwindigkeitsmessungen

In Kasten 1 ist die Bahn einer Komponente dargestellt, wie sie den gemeinsamen Schwerpunkt des Systems in einer elliptischen Bahn umkreist. Bezüglich der Himmelsebene (exakter Tangentialebene) ist die Bahnebene um den Inklinationswinkel i geneigt. Diese geometrische Bahngröße ist spektroskopisch nicht bestimmbar, weil nur die Bewegungen in der Sichtlinie vom Dopplereffekt erfasst werden. Gleiches gilt für den Positionswinkel Ω . Die anderen Orbitalelemente können durch Messung der Radialgeschwindigkeiten beider Komponenten als Funktion der Zeit spektroskopisch ermittelt werden.

Die mathematische Behandlung des Problems ergibt die folgende grundlegende Beziehung für die mit dem Spaltspektrographen messbare Radialgeschwindigkeit rv einer Komponente⁽⁴⁾:

$$rv = \gamma + K (e \cos \omega + \cos (\omega + v)) \quad \text{Gl(1)}$$

mit	
γ	Systemgeschwindigkeit
$K = (2 \pi / P) a \sin i / (1 - e^2)^{1/2}$	
e	Exzentrizität
ω	Länge des Periastrons
v	wahre Anomalie
P	Periode
a	große Halbachse der Ellipse
i	Inklinationswinkel

Die einzige zeitabhängige Größe in der Gleichung (1) ist die wahre Anomalie¹ v ,

¹ Die wahre Anomalie beschreibt die aktuelle Position des Sterns auf seiner Bahn, gemessen als Winkel vom Periastron aus.

die anderen Größen sind die zu bestimmenden Konstanten (Bahnelemente).

Die spaltspektroskopischen Messungen ergeben die zeitabhängigen Radialgeschwindigkeiten $rv(t)$ beider Komponenten, v ist nicht direkt beobachtbar. Um die Messgröße $rv(t)$ an die oben stehende Formel anzukoppeln, muß die Beziehung zwischen der wahren Anomalie $v(t)$ und dem zugehörigen Zeitpunkt t (zu dem $rv(t)$ gemessen wurde) gefunden werden. Dieses nicht-triviale mathematische Problem hat bereits Kepler in genialer Weise durch Einführung der exzentrischen Anomalie E gelöst:

$$\tan (E / 2) = \{(1 - e) / (1 + e)\}^{1/2} \tan (v / 2)$$

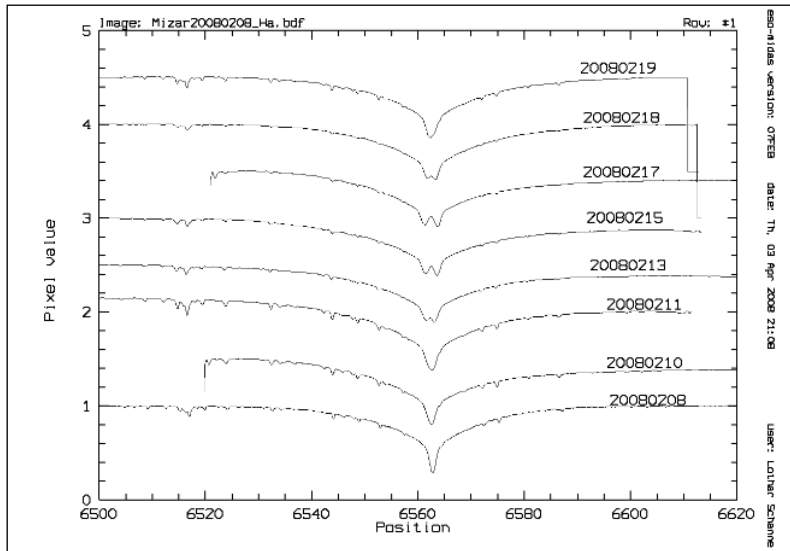
$$E - e \sin E = (2 \pi / P) (t - T_0)$$

$v(t)$ kann bei Kenntnis von P und T_0 (T_0 = Zeitpunkt des Periastrondurchganges in JD) für jeden Zeitpunkt t berechnet werden, und damit bei Kenntnis von γ , K , ω und e über Gl(1) auch die zu erwartende Messgröße $rv(t)$. Wegen dem transzendenten Argument $E - e \sin E$ ist keine analytische Lösung möglich. Die Konstanten müssen deshalb an die Messdaten gefittet werden (Kurvenanpassung).

Soweit die klassische Herangehensweise: Messung der zeitabhängigen baryzentrischen Radialgeschwindigkeiten $rv(t)$ mittels eines Spaltspektrographen und rechnerische Anpassung der Bahnelemente, bis möglichst weitgehende Übereinstimmung zwischen gemessenen und berechneten Radialgeschwindigkeiten erreicht ist. Wegen der fundamentalen Wichtigkeit dieses Messproblems gibt es in der Fachliteratur eine Reihe von Auswertungsverfahren. Professionelle Messungen werden mit Spaltspektrographen durchgeführt, die eine absolute Kalibrierung der Spektren im Bezugssystem des Beobachters erlauben (eingebaute Kalibrierlampen), eine wesentliche Voraussetzung für die exakte Messung von Radialgeschwindigkeiten.

Auswertung von spaltlos gemessenen Spektren

Im Rahmen meiner Messungen mit einem Spaltspektrographen habe ich mir überlegt, welche der Bahnparameter ein Amateur wohl messen kann, der „nur“ über einen spaltlosen Spektrographen verfügt (Kasten 2). Literatur dazu habe ich nicht gefunden. Ist das Thema „Bahnelemente“ deshalb für den spaltlos arbeitenden Amateur tabu? Dem ist nicht so, wie ich gleich zeigen werde.



Mit dem spaltlosen Spektrographen lassen sich im Allgemeinen keine Radialgeschwindigkeiten messen. Aber die Abbildung 2 Tägliche Änderung der Aufspaltung der H α -Linie

zeitabhängige Aufspaltung Δv der Spektrallinien (Abb. 2) steht als Information zur Verfügung⁽²⁾. Um diese Aufspaltung zu messen ist es nicht einmal notwendig, die Spektren zu kalibrieren. Es genügt den Linienabstand in Pixel aus den Spektren zu entnehmen und ihn mit der bekannten Dispersion des Spektrographen zu multiplizieren, um die Linienaufspaltung Δv in Wellenlängeneinheiten (Angström) zu erhalten. Δv ist nichts anderes als die Differenz der Radialgeschwindigkeiten der beiden Komponenten.

Die aus Platzgründen hier nicht weiter ausgeführte mathematische Behandlung des Problems führt zu einem Gl. (1) analogen Ausdruck.

$$\Delta v = (K1+K2) (e \cos \omega + \cos (\omega + v)) \text{ Gl. (2)}$$

Offensichtlich sind aus dem Datenfitting der $\Delta v(t)$ nicht mehr die Systemgeschwindigkeit γ und auch nicht K1 und K2 getrennt zu erhalten (vgl. Gl (1)), dafür aber die Summe K1+K2 und damit indirekt P, To, e, ω 1 und ω 2, (a 1 + a 2)·sin i, also immerhin die wesentlichen Bahnparameter.

Um die Kurvenanpassung nach diesem „Differenzenverfahren“ praktisch durchführen zu können, habe ich mir in einem Computeralgebra-Programm (MuPAD) eine Routine geschrieben, mit welcher ich die mathematischen und grafischen Aufgaben interaktiv erledigen kann. Als Messdaten stehen die in km/s² ausgedrückten Aufspaltungen der

Linien H16563, Fe6455, Si6370, Si6348, NaI5889 und NaI5896 von 16 Beobachtungsnächten in 2007 und 2008 zur Verfügung. Sie sind in Abbildung 3 als Zeitreihenplot aufgetragen. Die Umlaufperiode des Doppelsterns beträgt 20,5 Tage, weshalb in den ca. 400 Tagen Beobachtungszeitraum etwa 20 Perioden enthalten sind.

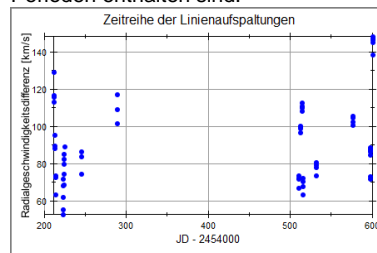


Abbildung 3 Zeitreihe der gemessenen Linienaufspaltungen

Ausgehend von Literatur-Bahnelementen von Mizar A und mittels systematischer Variation dieser Parameter wurde derjenige Bahnparameter gesucht, welcher die Messergebnisse am besten repräsentiert. Dies erfolgte durch die Minimierung der Summe der Quadrate der Differenzen von Messwert und zugehörigem berechnetem Wert (Methode der kleinsten Fehlerquadrate). Das Ergebnis ist in Tabelle 1 mit neueren Literaturwerten verglichen. Die Übereinstimmung zwischen den gefitteten Bahnparametern und den exakteren Literatur-Orbitalelementen (Tabelle 1) ist im Rahmen einer amateurastronomischen Tätigkeit und der simplen Messung von Linienaufspaltungen befriedigend.

Bahnparameter	Meßergebnis	Budovicova 2004
K1 + K2 [km/s]	128,1	134,36
P [d]	20,53745 d	20,53835
e	0,528	0,542
ω [°]	103,1	104,16
To [JD]	2454208,32	2454208,32

Tabelle 1 Ergebnisvergleich

Abbildung 4 zeigt das Phasendiagramm mit den Messpunkten und der optimierten Modellfunktion und Abbildung 5 das gleiche als Zeitreihe.

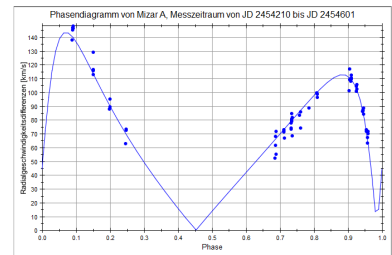


Abbildung 4 Phasenplot der gemessenen Linienaufspaltungen

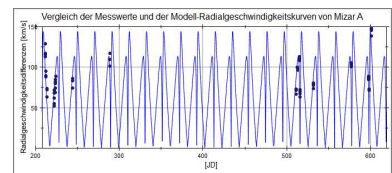


Abbildung 5 Zeitreihe der gemessenen Linienaufspaltungen

Es lohnt sich, etwas näher auf Phasendiagramme analog Abb. 4 einzugehen, denn aus ihnen lässt sich auch ohne komplexes Computerprogramm Größen direkt ablesen oder mit dem Lineal ausmessen. Für die Erstellung eines Phasendiagramms muss man lediglich die Messwerte auf eine günstig gewählte Anfangszeit To beziehen (Bildung der Differenzen t – To) und diese durch die bereits literaturbekannte Periode P des Systems teilen. Die Phasenwerte berechnen sich also nach

$$\text{Phase} = (t - T_0) / P \text{ Gl. (3)}$$

Die Auftragung der Phasen gegen die Linienaufspaltung ergibt das Phasendiagramm (Abb. 6). Aus den messbaren/schätzbaren Amplituden A und B lassen sich unmittelbar die folgenden Parameter ableiten³:

$$(A + B) / 2 = K1 + K2$$

$$(A - B) / (A + B) = e \cos \omega$$

² Die Umrechnung der Wellenlängendifferenzen Δv [Å] in den Geschwindigkeitsraum [km/s] erfolgt durch folgende Beziehung: Δv [km/s] = { Δv / Linienwellenlänge} · c

mit c = Lichtgeschwindigkeit (299792.458 km/s)

³ Mathematische Ableitung der Beziehungen hier aus Platzgründen nicht dargestellt.

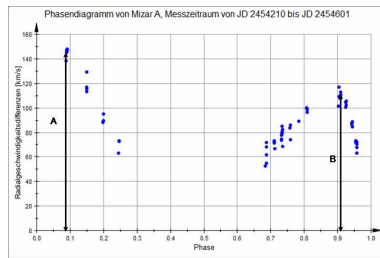


Abbildung 6 Phasendiagramm, berechnet mit $T_0 = 2454208,32$ und $P = 20,53745$ d.

Möchte man sich ganz auf eigene Messungen stützen, ist es sinnvoll, vor der Erstellung eines Phasendiagramms die Periode des Objekts näherungsweise zu bestimmen. Dazu kann man sich unterschiedlicher Computerprogramme für Zeitreihenanalysen bedienen. Ich verwende dafür PERANSO.

Conclusio

Es lohnt sich für den Amateurspektroskopiker, mit dem spaltlosen Spektrographen spektroskopische Doppelsterne des Typs SB2⁴ zu beobachten und ihre Bahnelemente nach dem Differenzenverfahren zu bestimmen. Zum Einstieg sind geeignete Objekte in Tabelle 2 aufgelistet. Bei der Auswahl wurde auf ausreichende Helligkeit und den Spektraltyp geachtet (ausreichende Linienanzahl). Bei β Aur ändern sich die Spektren wegen der kurzen Periode innerhalb einer Nacht. Dieser Stern ist deshalb und wegen seiner Helligkeit wohl das beste Einsteigerobjekt.

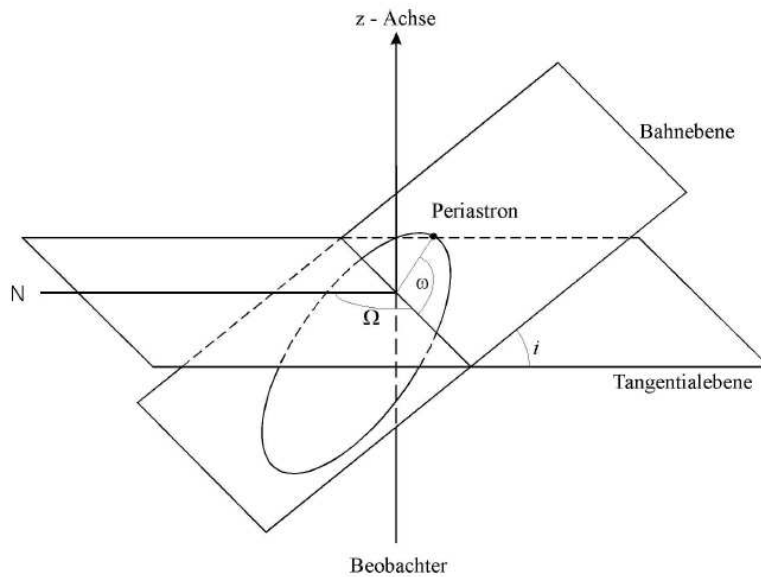
Stern	Magnitude	Spektraltyp	Periode [d]	K1, K2 [km/s]
α Aur	0,21	G0	104,0	25,8 32,5
β Aur	2,07	A0p	3,96	109,0 111,0
\omicron Leo	3,76	F5, A3	14,45	54,0 63,1
ω UMa	4,84	A0	15,84	20,6 120,0
ϵ Her	3,92	A0	4,02	70,4 112,1
θ Aql	3,37	A0	17,12	46,0 63,0

Tabelle 2 Daten ausgewählter SB2 Sterne⁵.

⁴ In spektroskopischen Doppelsternen des Typs SB2 sind die Linien beider Komponenten zu erkennen. Dies ist dann der Fall, wenn beide Komponenten nicht zu unterschiedliche Helligkeiten haben (Magnitudendifferenz $< 2 - 3$ mag). Andernfalls sind nur die Linien einer Komponente sichtbar (Typ SB1), der Linienaufspaltungseffekt fehlt dann.

⁵ Entnommen aus Tabelle II in Aitken, K1, K2 und P gerundet.

Die 7 Bahnelemente des elliptischen Orbits einer Komponente eines gebundenen Doppelsterns



Die **Orientierung der Bahn** wird durch **drei geometrische Bahnelemente** eindeutig festgelegt:

i : Inklination (Winkel zwischen Bahnebene und Tangentialebene)

ω : Periastronlänge (Winkel zwischen aufsteigendem Knoten und Periastron)

Ω : Positionswinkel der Knotenlinie von Bahn- und Tangentialebene relativ zum Himmelsnordpol.

Um den **Ort einer Komponente** zu einem **gegebenen Zeitpunkt** berechnen zu können ist noch zusätzlich die Kenntnis der **vier dynamischen Bahnelemente** erforderlich:

P: Bahnperiode

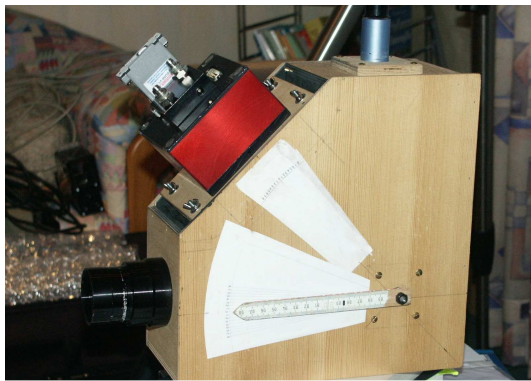
e: Numerische Exzentrizität der Bahnellipse

T_0 : Zeitpunkt eines Periastrondurchganges

a: Große Halbachse der Ellipse

Der Systemschwerpunkt bewegt sich (im gemeinsamen Brennpunkt der Ellipsen) mit der **Systemgeschwindigkeit γ** relativ zur Sonne (im helio- oder baryzentrischen System).

Mein erster selbstgebauter spaltloser Spektrograph (2005)



Amateure arbeiten gerne mit spaltlosen Spektrographen, weil dann die schwierige Nachführung des Sternbildes auf einem Spalt entfällt.

Die beiden Abbildungen zeigen meinen ersten selbstgebauten Spektrographen, ein klassisches spaltloses Design. Das Gehäuse besteht aus verleimtem Sperrholz und wird in Tierhandlungen als Unterschlupf für Kleinnagetiere für ca. 14 € verkauft, weshalb dieser Spektrograph von mir den Spitznamen „Mäusevilla“ bekommen hat.

In der schwarzen 2"-Steckhülse (zum Anschluss des Spektrographen an das Teleskop) ist ein 130 mm Fotoobjektiv als Kollimator eingeklemmt. Der Kollimator erzeugt aus dem Sternscheibchen in seinem Fokus ein paralleles Strahlenbündel, das auf das drehbar angeordnete Gitter fällt. Das Gitter ist mit 6 Einstellschrauben in 2 Ebenen justierbar. Von dort fällt das reflektierte Licht bei einem Anstellwinkel des Gitters von 45 ° genau in den Sucher, so dass der Himmel und seine Sterne mit dem Auge im Sucher sichtbar sind. So lässt sich das gewünschte Objekt bequem suchen, identifizieren und zentrieren. Anschließend wird das Gitter mit dem Zeiger (siehe unteres Foto) gedreht bis der gewünschte Spektralbereich des in erster Ordnung dispersierten Lichts in die Kamera fällt. Die Kamera ist das schwarze 130 mm-Fotoobjektiv, das an die gekühlte CCD-„Kamera“ (rot) geschraubt ist. Im unteren Bild sieht man den Zeiger und die Gradskala zur Einstellung des gewünschten Gitteranstellwinkels. Über eine Eichkurve kann direkt der Wellenlängenbereich eingestellt werden.

Der Beugungswinkel von 45 ° (Winkel zwischen den optischen Achsen von Kollimator und Kamera) ist aus optischen Gründen nicht optimal, der symmetrische Aufbau ist aber praktisch, insbesondere die Anordnung des Suchers.

Dieser Spektrograph hat mich etwa 120 Euro gekostet (ohne CCD). Spektroskopie muss kein teures Hobby sein.

Homepage des Autors: <http://home.arcor.de/l.schanne>

Literatur

[1] A. Unsöld, B. Baschek, Der Neue Kosmos, Einführung in die Astronomie und Astrophysik, Springer Verlag

[2] Dr. Berthold Stober, Der Mizar-Test: Spektroskopie mit selbst gebautem Gitterspektrographen, Sterne und Weltraum 6/2005, Seite 64 ff

[3] A. Budovicová et al., Orbital solutions for the A-type binaries α Dra and Mizar A using spectrum disentangling, Proceedings IAU Symposium No 224, 2004

[3] Robert G. Aitken, The Binary Stars, McGraw-Hill Book Company, 1935



Lothar Schanne ist freiberuflich tätiger Chemiker und Verfahrenstechnikingenieur. Seit 2004 beschäftigt sich er sich intensiv mit der Spektroskopie von Sternen.